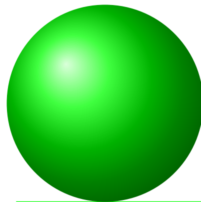
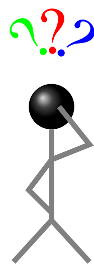
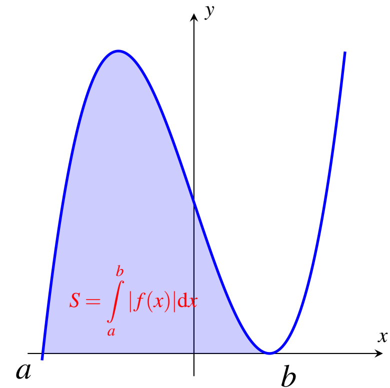
GV: LÊ MINH CƯỜNG

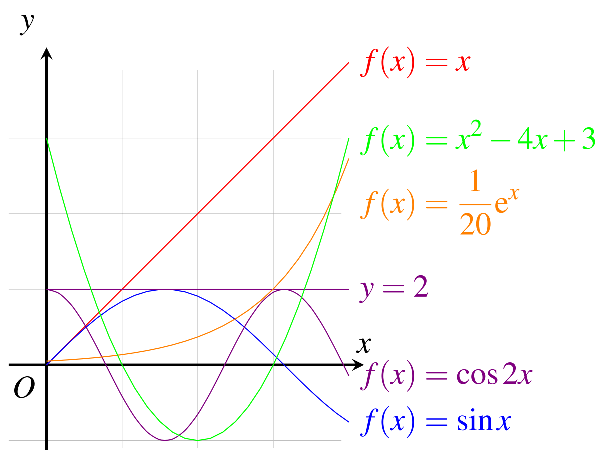
TRẮC NGHIỆM







TOÁN 11



TP. Hồ Chí Minh – 6/2017

LỜI MỞ ĐẦU

Dưới đây là ebook tổng hợp kiến thức và nội dung của phần ý nghĩa đạo hàm - lớp 11 có đáp án và lời giải chi tiết ở cuối ebook. Đây là phần kiến thức cơ bản và là nên tảng để các bạn học sinh tìm hiểu sâu hơn về ý nghĩa của đạo hàm nói chung và phương trình tiếp tuyến của hàm số nói riêng. Trong năm tuyển sinh 2018, bộ GD&ĐT sẽ đưa thêm phần kiến thức của khối lớp 11 vào cấu trúc đề thi, do đó các bạn học sinh cần chuẩn bị những kiến thức căn bản để có thể sử dụng một cách nhanh gọn các đề thi trắc nghiệm.

Trong quá trình soạn tài liệu dù đã cố gắng hết sức nhưng không tránh khỏi các sai sót, mọi ý kiến thắc mắc về tài liệu này xin gửi về:

Địa chỉ mail: cuong11102@gmail.com
Facebook: https://www.facebook.com/cuong.leeminh .

MỤC LỤC

CHƯƠNG 1

ÔN TẬP: ĐẠO HÀM VÀ ỨNG DỤNG

§1.1 Các công thức cần nhớ

1. $c' = 0$	2. $x' = 1$
3. $\left(x^n\right)' = n.x^{n-1} (n \in \mathbb{N}, n > 1)$	4. $\left(u^n\right)' = n.u^{n-1}.u' (n \in \mathbb{N}, n > 1)$
5. $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	6. $(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$
7. $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$	8. $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\left(\dfrac{u'}{u^2}\right)$
9. $(kx)' = k$	10. $(ku)' = k.u'$

Bảng 1.1: Bảng đạo hàm các hàm cơ bản

Đạo hàm của hàm lượng giác

1. Công thức (1). $(\sin x)' = \cos x$.
2. Công thức (2). $(\sin(ax+b))' = a\cos(ax+b)$.
3. Công thức (3). $(\cos x)' = -\sin x$.
4. Công thức (4). $(\cos(ax+b))' = -a\sin(ax+b)$.
5. Công thức (5). $(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$.
6. Công thức (6). $(\tan(ax+b))' = \dfrac{a}{\cos^2(ax+b)}$.
7. Công thức (7). $(\cot x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$.
8. Công thức (8). $(\cot(ax+b))' = -\dfrac{a}{\sin^2(ax+b)}$.
9. Công thức (9). $(\sin u)' = u'.\cos u$.
10. Công thức (10). $(\cos u)' = -u'.\sin u$.
11. Công thức (11). $(\tan u)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$.
12. Công thức (12). $(\cot u)' = -\dfrac{u'}{\sin^2 u}$.

Các quy tắc tính đạo hàm

1. Qui tắc (1). $(u \pm v)' = u' \pm v'$.
2. Qui tắc (2). $(uv)' = u'v + uv'$.
3. Qui tắc (3). $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.
4. Hệ quả (1). $(ku)' = ku'$.
5. Hệ quả (2). $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$.

Các định lý nghiệm tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$

1. $f(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$.
2. $f(x) = 0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$.
3. $f(x) = 0$ có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0$.
4. $f(x) = 0$ có 2 nghiệm dương pb $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$.
5. $f(x) = 0$ có 2 nghiệm âm pb $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases}$.
6. $f(x) \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.
7. $f(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Định lý Vi-ét: Nếu x_1, x_2 là 2 nghiệm phân biệt của $ax^2 + bx + c = 0$ thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a} \\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$.

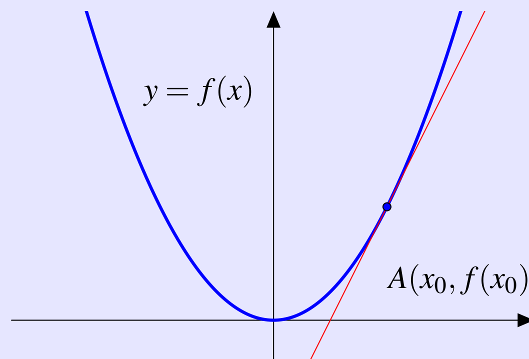
§1.2 Ý nghĩa hình học của đạo hàm

Trong định nghĩa đạo hàm $\Delta x = x - x_0$ là sự biến thiên của biến x (số gia của đối số x) và $\Delta y = f(x) - f(x_0)$ là sự biến thiên của y (số gia của hàm số y).

Từ đó ta thấy $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ thể hiện tốc độ biến thiên trung bình của đại lượng y theo x. Khi Δx càng nhỏ thì tỉ số $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ thể hiện càng chính xác tốc độ thay đổi của đại lượng y theo đại lượng x tại thời điểm $x = x_0$. Do đó, $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$, tức là đạo hàm của $y = f(x)$ tại x_0 thể hiện tốc độ biến thiên tức thời của đại lượng y theo đại lượng x.

1.2.1 Ý nghĩa hình học của đạo hàm

Cho hàm số $y = f(x)$. Xác định tiếp tuyến của hàm số tại điểm $A(x_0, f(x_0))$.



Khi đó hệ số góc của tiếp tuyến tại A sẽ là: $hsg = f'(x_0)$ và phương trình tiếp tuyến:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

Chúng ta có thể sử dụng MTBT để xác định hệ số góc nhanh chóng với chức năng: $\left(\frac{d}{dx}\blacksquare\right)$

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3 - 7x + 1$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng 2.

Lời giải. Gọi Δ là phương trình tiếp tuyến tại $M(x_0; y_0)$.

Rõ ràng $x_0 = 2$.Ta có $f'(x) = 6x^2 - 7$. Khi đó $f(2) = 3$ và $f'(2) = 17$.

Theo công thức ta có $y = f'(2)(x-2) + f(2) \Leftrightarrow y = 17(x-2) + 3 \Leftrightarrow y = 17x - 31$.

Ví dụ 2. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến của hàm số $y = f(x)$ tại các điểm thuộc đồ thị có hoành độ là x_0 tương ứng.

1. $y = x^2 + 1 + \dfrac{1}{x}$ với $x_0 = 2$
2. $y = -x^2 - x$ với $x_0 = -1$
3. $y = \dfrac{1}{-5x+2}$ với $x_0 = -2$
4. $y = \sqrt{x}$ với $x_0 = 4$.
5. $y = x^2 - 3x + 1$ với $x_0 = 3$
6. $y = x^3 + 2x - 1$ với $x_0 = -2$
7. $y = \dfrac{x^2}{3} + x + 1$ với $x_0 = \dfrac{1}{2}$
8. $y = -x^4 + 2x$ với $x_0 = \sqrt{2}$.
9. $y = -\dfrac{1}{2}x^3 - 2x^2 + 3$ với $x_0 = \dfrac{1}{3}$
10. $y = x^3 - 3x$ với $x_0 = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$
11. $y = -\dfrac{2x-1}{2x+3}$ với $x_0 = \sqrt{5}$
12. $y = 2\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$ với $x_0 = 1$.
13. $y = 5\sqrt{-3x}$ với $x_0 = -1$.

Ví dụ 3. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại các điểm thuộc đồ thị có hoành độ là x_0 tương ứng.

1. $y = x^2 + 3x - 5$ với $x_0 = -1$
2. $y = -x^2 - x + 2$ với $x_0 = -3$
3. $y = x^3 - 3x + 1$ với $x_0 = 2$
4. $y = -3x^3 + 2x + 1$ với $x_0 = -\frac{2}{3}$.
5. $y = x^2 - x^4$ với $x_0 = 2$
6. $y = 4x^4 - 3x^2 + 1$ với $x_0 = -1$
7. $y = \frac{2x+1}{2-x}$ với $x_0 = \frac{1}{2}$
8. $y = -\frac{x^2+1}{2x-2}$ với $x_0 = -1$.
9. $y = -\sqrt{2x+3}$ với $x_0 = 3$
10. $y = \sqrt{x^2+x+1}$ với $x_0 = 0$
11. $y = \frac{x^2+3x}{3x+2}$ với $x_0 = -2$
12. $y = \frac{1}{x^2+x+1}$ với $x_0 = 1$.
13. $y = x^3 + x - \frac{1}{x}$ với $x_0 = -1$.

Câu 1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - x + 1$ tại điểm $M(1;1)$ là

(A) $y = 2x + 3$. (B) $y = 2x$. (C) $y = -2x - 1$. (D) $y = 2x - 1$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(0;-1)$ là

(A) $y = 3x + 1$. (B) $y = 3x - 1$. (C) $y = -3x - 1$. (D) $y = -3x + 1$.

Câu 3. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm $M(1;0)$.

(A) $y = -\frac{1}{3}(x-1)$. (B) $y = 3(x+1)$. (C) $y = \frac{1}{3}(x-1)$. (D) $y = \frac{1}{9}(x-1)$.

Câu 4. Tìm hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$ tại điểm có hoành độ là 0.

(A) $k = 1$. (B) $k = \frac{\sqrt{5}}{5}$. (C) $k = 0$. (D) $k = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 5. Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ tại điểm có hoành độ là 0.

(A) $y = 4x - 3$. (B) $y = 4x + 3$. (C) $y = -4x - 3$. (D) $y = -4x + 3$.

Câu 6. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4x$ tại điểm thuộc đồ thị và có hoành độ $x = 1$ là:

(A) $y = x + 1$. (B) $y = x - 1$. (C) $y = 2x - 3$. (D) $y = 3x - 2$.

Câu 7. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ có phương trình là

(A) $y = x + 2$. (B) $y = x - 1$. (C) $y = -x - 3$. (D) $y = -x + 2$.

Câu 8. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{2-x}$ tại điểm có hoành độ $x = -1$ có hệ số góc là

(A) $\frac{7}{9}$. (B) 1. (C) 7. (D) $\frac{1}{9}$.

Câu 9. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = -x^2 + 5$ tại điểm M có tung độ $y_0 = -1$ và hoành độ $x_0 < 0$

(A) $y = 2\sqrt{6}(x + \sqrt{6}) + 1$. (B) $y = 2\sqrt{6}(x + \sqrt{6}) - 1$. (C) $-2\sqrt{6}(x + \sqrt{6}) - 1$. (D) $y = 2\sqrt{6}(x - \sqrt{6}) + 1$.

Câu 10. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^2 + 5$ tại điểm M có hoành độ $x_0 = -1$

(A) $y = 2(x+1) + 6$. (B) $y = -2(x+1) + 6$. (C) $y = -2(x+1) + 6$. (D) $y = -2(x-1) + 6$.

Câu 11. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = \dfrac{2x-5}{2x-4}$ tại điểm có hoành độ bằng 0.

(A) $y = \frac{1}{8}x - \frac{5}{4}$. (B) $y = \frac{1}{8}x + \frac{5}{4}$. (C) $y = \frac{1}{8}x + \frac{3}{4}$. (D) $y = \frac{1}{8}x + \frac{1}{4}$.

Câu 12. Cho đường cong $(C): y = f(x) = \dfrac{x+2}{x-2}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng $\frac{1}{3}$.

(A) $y = \frac{1}{9}x + \frac{1}{9}$. (B) $y = -\frac{1}{9}x + \frac{1}{9}$. (C) $y = \frac{1}{9}x - \frac{1}{9}$. (D) $y = -\frac{1}{9}x - \frac{1}{9}$.

Câu 13. Phương trình tiếp tuyến của hàm số $y = 2x^3 - 3x + 2$ tại điểm $M(2;12)$ là:

(A) $y = 21x - 42$. (B) $y = 21x + 12$. (C) $y = 21x + 30$. (D) $y = 21x - 30$.

Câu 14. Hệ số góc tiếp tuyến của hàm số $y = \dfrac{3x-2}{2x-1}$ tại điểm có hoành độ bằng 2 là:

(A) $\frac{3}{2}$. (B) -1. (C) $\frac{1}{9}$. (D) $\frac{1}{3}$.

Câu 15. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{4x-3}{2x+4}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ bằng:

(A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{11}{2}$. (C) $-\frac{1}{2}$. (D) $-\frac{11}{2}$.

Câu 16. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x+1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ có phương trình bằng:

(A) $y = \frac{2}{3}x + 3$. (B) $y = \frac{2}{3}x - 3$. (C) $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$. (D) $y = \frac{2}{3} - \frac{5}{3}$.

Câu 17. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 2x + \dfrac{4}{x}$ tại điểm $A(2;6)$ có phương trình bằng:

(A) $x + y + 4 = 0$. (B) $x + y - 4 = 0$. (C) $x - y + 4 = 0$. (D) $-x + y + 4 = 0$.

Câu 18. Hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^4}{4} + \dfrac{x^2}{2} - 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ bằng:

(A) -2. (B) 2. (C) 0. (D) $-\frac{9}{4}$.

Câu 19. Hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ 0:

(A) -2. (B) 2. (C) 1. (D) -1.

Câu 20. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ có phương trình:

(A) $y = -x - 3$. (B) $y = -x + 2$. (C) $y = x - 1$. (D) $y = x + 2$.

Câu 21. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{\sqrt{2x}}$ tại điểm $A\left(\frac{1}{2};1\right)$ có phương trình:

(A) $2x - 2y = -1$. (B) $2x - 2y = 2$. (C) $2x + 2y = 3$. (D) $2x + 2y = -3$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^2}{2} - x + 1 (C)$. Hệ số góc k của tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là

(A) $k = 1$. (B) $k = -\frac{1}{6}$. (C) $k = \frac{1}{3}$. (D) $k = -1$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$ có đồ thị (C), hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $A(1,0)$ là:

(A) -3. (B) 2. (C) 3. (D) -2.

Câu 24. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x = -1$ có phương trình là ?

(A) $y = -x + 3$. (B) $y = -x - 3$. (C) $y = x - 3$. (D) $y = x + 3$.

Câu 25. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 2x^5 - 3x^3 + 2x^2 - 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ bằng:

(A) -116. (B) 116. (C) 0. (D) 6.

Câu 26. Hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = \tan x$ tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{\pi}{4}$ là ?

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 27. Tiếp tuyến với đồ thị của hàm số $f(x) = \frac{3}{2x-1}$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ có hệ số góc là.

(A) $-\frac{2}{3}$. (B) $\frac{2}{3}$. (C) 2. (D) -2.

Câu 28. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ tại điểm có hoành độ bằng 3 là

(A) $y = 3x - 8$. (B) $y = 3x - 10$. (C) $y = -3x + 10$. (D) $y = -3x - 8$.

1.2.2 Viết phương trình tiếp tuyến tại điểm giao với trục Ox, Oy hoặc giao với đồ thị hàm số khác

Cho biết đồ thị hàm số giao với Ox, Oy hoặc một đồ thị khác.
Ta xét các trường hợp sau:

1. Giao với trục Oy thì ta có ngay $x_0 = 0$.
2. Giao với trục Ox thì giải phương trình $f(x) = 0$ để tìm ra x_0.
3. Giao với đồ thị của $y = g(x)$ thì giải phương trình $f(x) = g(x)$ để tìm x_0.

Câu 29. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 2$ tại giao điểm của đồ thị với trục tung có phương trình là

(A) $y = 2$. (B) $x - y - 2 = 0$. (C) $x + y - 2 = 0$. (D) $x = 0$.

Câu 30. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C). Tính hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

(A) -2. (B) 1. (C) -1. (D) 2.

Câu 31. Cho hàm số $y = x^3 - x - 1$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

(A) $y = -x + 1$. (B) $y = -x - 1$. (C) $y = 2x + 2$. (D) $y = 2x - 1$.

Câu 32. Tiếp tuyến d của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 2$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có phương trình là :

(A) $y = -2x + 2$. (B) $y = 2x + 2$. (C) $y = 10x + 2$. (D) $y = 2x - 2$.

Câu 33. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) và trục hoành có phương trình là:

(A) $y = 3x$. (B) $y = 3x - 3$. (C) $y = x - 3$. (D) $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$.

Câu 34. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm $y=\sqrt{2x+4}$ tại giao của đồ thị hàm số với trục tung là

(A) $x-2y+2=0$. (B) $x-2y+4=0$. (C) $2x-y+4=0$. (D) $2x-y+2=0$.

Câu 35. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x-3}$ tại giao điểm với trục hoành có phương trình là

(A) $y=-2x$. (B) $y=2x-4$. (C) $y=-2x+4$. (D) $y=-\dfrac{2}{9}x+\dfrac{4}{3}$.

1.2.3 Viết phương trình tiếp tuyến biết hệ số góc

Viết phương trình tiếp tuyến của hàm số $y=f(x)$ khi biết trước hệ số góc.

Các trường hợp đề có thể cho:

- Cho trực tiếp k.
- Cho biết tiếp tuyến song song với d. Lúc này $k=k_d$.
- Cho biết tiếp tuyến vuông góc với d. Lúc này $k.k_d=-1$ hay $k=\dfrac{-1}{k_d}$, giải ra k.
- Cho biết tiếp tuyến tạo với Ox một góc $\alpha\neq\dfrac{\pi}{2}$. Lúc này $|k|=\tan\alpha$.
- Cho biết tiếp tuyến tạo với d một góc $\alpha\neq\dfrac{\pi}{2}$. Lúc này $\left|\dfrac{k-k_d}{1+k.k_d}\right|=\tan\alpha$.

Các bước làm:

1. Giải phương trình $f'(x_0)=k$ để tìm x_0.
2. Viết phương trình tiếp tuyến như dạng trên.

Ví dụ 4. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với hệ số góc k tương ứng.

1. $y=x^2-8x+2$ với $k=-3$
2. $y=x^2+x+3$ với $k=2$
3. $y=5x^2-8x+2$ với $k=-1$
4. $y=-20x^3-33x^2+12x+2$ với $k=-1$.
5. $y=4x^3-15x^2+6$ với $k=3$
6. $y=2x^3+7x^2+8x+2$ với $k=2$
7. $y=-2x^3+x^2-4x+2$ với $k=-4$
8. $y=-x^3+21x+3$ với $k=5$.
9. $y=x^4-6x^2+12x+4$ với $k=1$
10. $y=3x^4-4x^3-6x^2+15x+6$ với $k=\dfrac{1}{2}$
11. $y=3x^4+12x^3-52x+12$ với $k=-\dfrac{1}{3}$
12. $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ với $k=5$.
13. $y=\dfrac{x+4}{2x+3}$ với $k=-5$.

Ví dụ 5. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ biết nó thỏa điều kiện tương ứng.

1. $y=x^2+2x+2$ biết TT song song với $d: y=3x-1$.
2. $y=x^2-x+1$ biết TT song song với $d: 2x+y-3=0$.

3. $y = 5x^2 - 12x + 10$ biết TT vuông góc với $d : y = 5x + 2$.

4. $y = x^3 - 3x^2 - 3x + 3$ biết TT vuông góc với $d : y = \frac{1}{2}x + 3$.

5. $y = x^2 + 5x + 2$ biết TT vuông góc với $d : x + 2y + 2 = 0$.

Ví dụ 6. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d) : y = 9x + 2017$.

Lời giải. TT song song với d nên $k = 9 \Leftrightarrow f'(x_0) = 9 \Leftrightarrow x = \pm 2$. Viết PTTT ta được $y = 9x + 16$ và $y = 9x - 16$.

Ví dụ 7. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$. Biết TT tạo với trục hoành một góc 45^0.

Lời giải. TT tạo trục hoành một góc 45^0 nên $k = \pm \tan 45 = \pm 1$.

1. Với $k = 1$. Phương trình $f'(x_0) = 1$ vô nghiệm.

2. Với $k = -1$. Giải PT $f'(x_0) = -1$ thu được $x_0 = 0 \vee x_0 = 2$. Viết PTTT ta được $y = -x + 6$ và $y = -x + 2$.

Ví dụ 8. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4x-3}{x-1}$. Biết TT tạo với $d : y = 3x$ một góc 45^0.

Câu 36. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - x^2 + 2$ song song với đường thẳng $5x - y + 5 = 0$ có phương trình

(A) $y = 5x - \frac{121}{27}, y = 5x + 5$.
(B) $y = 5x + \frac{121}{27}$.
(C) $y = 5x - 5$.
(D) $y = 5x - \frac{121}{27}$.

Câu 37. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d : y = \frac{-x}{8} + 2$

(A) $y = \frac{-x}{8} + 2$.
(B) $y = 8x + \frac{11}{3}, y = 8x - \frac{97}{3}$.
(C) $y = 3x + 10, y = 3x - 1$.
(D) $y = 3x + 101, y = 3x - 11$.

Câu 38. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d : y = 3x + 2$

(A) $y = 3x + 101, y = 3x - 11$.
(B) $y = 3x + 1, y = 3x - \frac{29}{3}$.
(C) $y = 3x + 2$.
(D) $y = 3x, y = 3x - 1$.

Câu 39. Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$ có bao nhiêu tiếp tuyến song song với trục hoành

(A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Câu 40. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C) : y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 7x + 1$ biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = 2$.

(A) $y = 2x - 4, y = 2x + 28$.
(B) $y = 2x + 4, y = 2x - 28$.
(C) $y = 2x - 4, y = 2x - 28$.
(D) $y = 2x + 4, y = 2x - 28$.

Câu 41. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x - 1$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: y = -4x + 1$.

(A) $y = -x - 6$. (B) $y = -4x + 7$. (C) $y = -4x - 8$. (D) $y = -4x + 8$.

Câu 42. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y = f(x) = 2x^3 - 2x + 3$ biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta: y = -\frac{1}{4}x + 2011$.

(A) $y = 4x + 7, y = 4x + 1$. (B) $y = 4x - 7, y = 4x + 1$. (C) $y = 4x + 7, y = 4x - 1$. (D) $y = 4x - 7, y = 4x - 1$.

Câu 43. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{3}x + 2017$ có hệ số góc là:

(A) -3. (B) 3. (C) 1. (D) -1.

Câu 44. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ mà tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $y = -2x + 7$?

(A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 45. Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \sqrt{2x+6}$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $(d): y = -2x + 3$.

(A) $y = \frac{1}{2}x$. (B) $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$. (C) $y = 2x$. (D) $y = 2x + \frac{5}{4}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ có đồ thị là (C). Gọi M là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ x_0. Biết tiếp tuyến của (C) tại M song song với trục hoành. Tính x_0.

(A) $x_0 = 1$. (B) $x_0 = -1$. (C) $x_0 = 0$. (D) $x_0 = 2$.

Câu 47. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2 - 5$ mà vuông góc với đường thẳng $x + 6y + 1999 = 0$ có phương trình là

(A) $y = 6x - 9$. (B) $y = -6x + 6$. (C) $y = 6x - 6$. (D) $y = -6x + 9$.

Câu 48. Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 8x^2 + 1$ có bao nhiêu tiếp tuyến song song với trục hoành.

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 49. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có hệ số góc $k = -9$ có phương trình:

(A) $y = -9x - 43$. (B) $y = -9x + 43$. (C) $y = -9x - 11$. (D) $y = -9x - 27$.

Câu 50. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: y = \frac{-1}{9}x + 2$

(A) $y = -9x + 26,\ y = -9x - 236$. (B) $y = 9x + 6,\ y = 9x - 26$.

(C) $y = 9x + 16\ y = 9x - 216$. (D) $y = -9x + 6,\ y = -9x - 26$.

Câu 51. Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2 \quad (C)$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại điểm M có hệ số góc nhỏ nhất. Tính $a + b$

(A) -3. (B) 2 . (C) 0. (D) 1 .

Câu 52. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 + 1$. Tìm điểm nằm trên đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến tại điểm đó có hệ số góc nhỏ nhất.

(A) $(0;1)$. (B) $\left(\frac{2}{3}; \frac{23}{27}\right)$. (C) $\left(\frac{1}{3}; \frac{24}{27}\right)$. (D) $\left(\frac{1}{3}; \frac{25}{27}\right)$.

Câu 53. Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2 + 2$ và có hệ số góc nhỏ nhất?

(A) $y = -3x - 3$. (B) $y = -x - 3$. (C) $y = -3x + 3$. (D) $y = -5x + 10$.

Câu 54. Cho hàm số $y = \sqrt{3x-2}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ là:

(A) $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$. (B) $y = \frac{3}{2}x - 1$. (C) $y = \frac{3}{2}x + 1$. (D) $y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$.

Câu 55. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 1$ biết nó tạo với hai trục Ox, Oy một tam giác vuông cân tại O

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

1.2.4 Viết phương trình tiếp tuyến qua điểm cho trước

Cho điểm A và hàm số $y = f(x)$. Viết phương trình tiếp của $y = f(x)$ mà đi qua A.

Ta giải phương trình sau để tìm ra x_0.

$$y_A = f'(x)(x_A - x) + f(x)$$

Ví dụ 9. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 5$. Biết TT đi qua $A\left(\frac{19}{12}; 4\right)$.

Lời giải. Giải phương trình $y_A = f'(x)(x_A - x) + f(x)$ ta thu được $x = \frac{1}{8} \vee x = 1 \vee x = 2$. Viết PTTT ta có $y = -\frac{21}{32}x + \frac{645}{128}$ hoặc $y = 4$ hoặc $y = 12x - 15$.

Câu 56. Cho hàm số: $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đi qua điểm $A(-1; -13)$.

(A) $y = -6x - 19$, $y = 48x + 35$. (B) $y = -3x - 16$, $y = 24x + 9$.

(C) $y = 3x - 10$, $y = 48x + 35$. (D) $y = 6x - 7$, $y = -48x - 61$.

Lời giải. Gọi $M(x_0, y_0)$ là tiếp điểm, khi đó PTTT có dạng $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$. Vì $A \in TT \Leftrightarrow -13 = f'(x_0)(-1 - x_0) + y_0$. Giải phương trình tìm được $x_0 = -2 \vee x_0 = 1$. Viết PTTT ta được $y = -48x - 61$ và $y = 6x - 7$.

Câu 57. Số tiếp tuyến đi qua điểm $A(1; -6)$ của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

(A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Câu 58. Qua điểm $A(2; 4)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$?

(A) 3 . (B) 0 . (C) 1 . (D) 2 .

Câu 59. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 1$ biết tiếp tuyến đi qua điểm $A(1; 0)$?

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 60. Cho $(C_m): y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} + 1$. Gọi điểm $A \in (C_m)$ có hoành độ -1. Tìm m để tiếp tuyến tại A song song với $(d): y = 5x + 2017$?

(A) $m = -4$. (B) $m = 4$. (C) $m = 5$. (D) $m = -1$.

Câu 61. Cho parabol $(P): y = x^2 - 3x$. Tiếp tuyến với (P) đi qua điểm $A(5;10)$ có phương trình là

(A) $y = 5x - 15$. (B) $y = 7x - 25$. (C) $y = x + 5$. (D) $y = 3x - 5$.

1.2.5 Các bài toán tiếp tuyến chứa tham số m

Ví dụ 10. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m \quad (1)$. Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị (1) tại điểm có hoành độ bằng 1 cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm A và B mà diện tích tam giác OAB bằng $\frac{3}{2}$.

Lời giải. PTTT tại $x_0 = 1$ là $y = -3(x-1) + -2 + m \Leftrightarrow y = -3x + 1 + m$.
PTTT giao với Ox tại $A\left(\frac{m+1}{3};0\right)$ và giao với Oy tại điểm $B(0;m+1)$. Diện tích tam giác OAB là $\frac{1}{2}OA.OB = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left|\frac{m+1}{3}.(m+1)\right| = \frac{3}{2} \Leftrightarrow m = -4 \vee m = 2$.

Câu 62. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2}}$ và $g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{2}}$. Số đo góc giữa hai tiếp tuyến của đồ thị mỗi hàm số đã cho tại giao điểm của chúng là ?

(A) $90°$. (B) $60°$. (C) $45°$. (D) $30°$.

Câu 63. Cho hàm số $y = 4x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Tìm m để đường thẳng $(d): y = mx - 1$ tiếp xúc với (C)

(A) $m = 0$. (B) $m = -6$. (C) $m = 2$. (D) $m = -3$.

Câu 64. Cho $(C_m): y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3m+4}{2}x^2 + 3m + 3$. Gọi $A \in (C_m)$ có hoành độ 1. Tìm m để tiếp tuyến tại A song song với $(d): y = 6x + 2017$?

(A) $m = -3$. (B) $m = 3$. (C) $m = 5$. (D) $m = 0$.

§1.3 Ý nghĩa vật lý của đạo hàm

1.3.1 Ý nghĩa vật lý của đạo hàm

Bài toán tìm vận tốc tức thời: Cho một vật chuyển động với phương trình $y = s(t)$. Khi đó vận tốc tức thời tại thời điểm $t = t_0$ giới hạn (nếu có):

$$\lim_{t \to t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$$

Từ đó ta có

$$v(t_0) = s'(t_0)$$

Bài toán tìm gia tốc tức thời: Cho một vật chuyển động với phương trình vân tốc là $y = v(t)$. Khi đó giá tốc tức thời tại thời điểm $t = t_0$ giới hạn (nếu có):

$$\lim_{t \to t_0} \frac{v(t) - v(t_0)}{t - t_0}$$

Từ đó ta có

$$a(t_0) = v'(t_0)$$

Bài toán tìm cường độ tức thời: Điện lượng truyền trong dây dẫn với phương trình $y = q(t)$. Khi đó cường độ tức thời tại thời điểm $t = t_0$ giới hạn (nếu có):

$$\lim_{t \to t_0} \frac{q(t) - q(t_0)}{t - t_0}$$

Từ đó ta có

$$i(t_0) = q'(t_0)$$

Ví dụ 11. Một cano chạy với phương trình chuyển động là $s(t) = 3t^3 + 4t^2 + 2t$. Hỏi vận tốc tại $t = 3$ là bao nhiêu. Gia tốc tại $t = 6$ là bao nhiêu?

Lời giải. Ta có $v(t) = s'(t) = 9t^2 + 8t + 2$. Vậy $v(3) = 107$. Ta có $a(t) = v'(t) = 18t + 8$. Vậy $a(6) = 116$.

Ví dụ 12. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được là bao nhiêu?

Lời giải. Ta có $v = s'(t) = -1,5t^2 + 18t = -1,5(t-6)^2 + 54 \leq 54$. Đáp số: $v = 54m/s$ vào thời điểm $t = 6s$

Câu 65. Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động $S = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g = 9,8\text{m/s}^2$ và t tính bằng giây (s). Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 5\text{s}$ bằng:

(A) 49m/s . (B) 25m/s . (C) 10m/s . (D) 18m/s .

Câu 66. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = \frac{1}{2}\left(t^4 - 3t^2\right)$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 4\text{s}$ bằng:

(A) 280m/s . (B) 232m/s . (C) 140m/s . (D) 116m/s .

Câu 67. Một chất điểm chuyển động thẳng theo phương trình $S = t^3 - 3t^2 + 4t$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chất điểm lúc $t = 2\text{s}$ bằng:

(A) 4m/s^2 . (B) 6m/s^2 . (C) 8m/s^2 . (D) 12m/s^2 .

Câu 68. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = t^3 + 3t^2 - 9t + 27$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là:

(A) 0m/s^2 . (B) 6m/s^2 . (C) 24m/s^2 . (D) 12m/s^2 .

Câu 69. Một vật chuyển động với quỹ đạo $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 7t - 1$. Vận tốc nhỏ nhất vật đạt được bằng bao nhiêu?

(A) $3m/s$. (B) $7m/s$. (C) $9m/s$. (D) $12m/s$.

Câu 70. Một vật rơi tự do theo phương trình $s = \frac{1}{2}gt^2(m)$, với $g = 9,8(m/s^2)$. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 10(s)$ là:

(A) $122,5(m/s)$. (B) $49(m/s)$. (C) $10(m/s)$. (D) $98(m/s)$.

Câu 71. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = 2t^3 - 8t + 1$, trong đó t được tính bằng giây và S được tính bằng mét. Vận tốc của chuyển động khi $t = 2s$ là

(A) $23m/s$. (B) $24m/s$. (C) $8m/s$. (D) $16m/s$.

Câu 72. Cho một chuyển động xác định bởi phương trình $s = \frac{t^3 - 3t^2 + 3t}{10}$($t \geq 0$ tính bằng giây, s tính bằng mét). Xét khoảng thời gian $5s$ từ lúc bắt đầu chuyển động. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **SAI**?

(A) Chuyển động dừng lại khi $t = 1$. (B) Khi $t = 2$ vận tốc là $v = 1,08km/h$.
(C) Khi $t = 3$ vận tốc là $v = 1,2km/h$. (D) Khi $t = 1$ quãng đường đi được là $s = 0,1$ mét.

Câu 73. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s = 3t^3 - 3t^2 + 2t$, trong đó t được tính bằng giây và S được tính bằng mét. Vận tốc tại thời điểm gia tốc bị triệt tiêu là ?

(A) 3m/s. (B) -3m/s. (C) $\frac{1}{3}$m/s. (D) 1m/s.

Câu 74. Một vật chuyển động với phương trình $S(t) = 4t^2 + t^3$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây, $S(t)$ tính bằng m/s. Tìm gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc của vật bằng 11

(A) $13m/s$. (B) $11m/s$. (C) $14m/s$. (D) $12m/s$.

Câu 75. Xét chuyển động có phương trình $s(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$, với A, ω, φ là những hằng số. Tìm gia tốc tức thời tại thời điểm t của chuyển động.

(A) $\gamma(t) = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$. (B) $\gamma(t) = A\omega^2\sin(\omega t + \varphi)$.

(C) $\gamma(t) = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi)$. (D) $\gamma(t) = -A\omega\cos(\omega t + \varphi)$.

Câu 76. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = t^3 + 3t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 2$ (giây).

(A) $15m/s$. (B) $7m/s$. (C) $14m/s$. (D) $12m/s$.

Câu 77. Một chất điểm chuyển động có phương trình là $s = t^3 + 3t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 2$ (giây)?

(A) $15m/s$. (B) $7m/s$. (C) $14m/s$. (D) $12m/s$.

Câu 78. Cho chuyển động thẳng được xác định bởi phương trình $S = t^3 - 3t^2 - 9t$ với $t(s)$ là thời gian, $S(m)$ là quãng đường. Gia tốc tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là

(A) 12m$/s^2$. (B) -12m$/s^2$. (C) 9m$/s^2$. (D) -9m$/s^2$.

Câu 79. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = t^2 + 2$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 3$ (giây) bằng:

(A) $2m/s$. (B) $5m/s$. (C) $6m/s$. (D) $3m/s$.

Câu 80. Điện lượng truyền trong dây dẫn có phương trình có phương trình $Q = 5t + 9$ (t tính bằng giây, Q tính bằng culông) thì cường độ dòng điện tức thời tại điểm $t = 3$ bằng:

(A) 15(A). (B) 8(A). (C) 3(A). (D) 5(A).

Câu 81. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = t^2 + 2t + 10$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 3$ (giây) bằng:

(A) $2m/s$. (B) $5m/s$. (C) $6m/s$. (D) $8m/s$.

§1.4 Các bài toán liên quan đến đạo hàm

1.4.1 Các bài toán liên quan đến đạo hàm

Các bài toán sử dụng kết quả đạo hàm để kiểm tra kiến thức về bất phương trình, phương trình bậc 2, xét dấu,...

1. Giải phương trình $y' = 0$.
2. Giải các bất phương trình $y' > 0, y' < 0, y' \leq 0, y' \geq 0$.
3. Tìm m thỏa mãn điều kiện nào đó của đạo hàm.

Chú ý: Hàm bậc 3: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Khi đó biệt thức Δ' của đạo hàm là $\Delta' = b^2 - 3ac$, với a, b, c là hệ số của hàm số ban đầu.

Ví dụ 13. Giải phương trình $y' = 0$ biết:

1. $y = \dfrac{x^2}{x-1}$.
2. $y = \dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$.
3. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.
4. $y = x^3 - 3x^2$.
5. $y = 4x^3 - 12x^2 + 9x$.
6. $y = \dfrac{x^2+3x+3}{x+1}$.
7. $y = \dfrac{x^4}{2} - 3x^2 + 5$.
8. $y = \dfrac{x^2+x+2}{x-1}$.
9. $y = \dfrac{2x^2+x}{x+1}$.
10. $y = \dfrac{2x-1}{x-3}$.
11. $y = \sqrt{x^2-2x+1}$.
12. $y = \sqrt{x^2+4x+1}$.
13. $y = x^4 - 5x^2 + 4$.
14. $y = -x^3 - 3x + 2$.

Lời giải.

1. $x = 0, x = 2$.
2. $x = -2, x = 0$.
3. $x = 0$.
4. $x = 0, x = 2$.
5. $x = \dfrac{1}{2}, x = \dfrac{3}{2}$.
6. $x = -2, x = 0$.
7. $x = 0, x = \pm\sqrt{6}$.
8. $x = -1, x = 3$.
9. $x = \dfrac{\pm\sqrt{2}-2}{2}$.
10. $x \in \varnothing$.
11. $x \in \varnothing$.
12. $x = -2$.
13. $x = 0, x = \pm\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.
14. $x \in \varnothing$.

Ví dụ 14. Giải phương trình $y' = 0$ biết:

1. $y = \sin x$.
2. $y = \cos 2x$.
3. $y = \sin x - \cos x$.
4. $y = \sin 2x - 2\cos x$.
5. $y = \cos^2 x + \sin x$.
6. $y = 3\sin 2x + 4\cos 2x + 10x$.

Lời giải.

1. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$.
2. $x = \dfrac{k\pi}{2}$.
3. $x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi$.
4. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \vee x = -\dfrac{\pi}{6} +$ $k2\pi \vee x = -\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi$.
5. $x = \pm\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \vee x = \dfrac{\pi}{6} +$

$k2\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi.$ | 6. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{3}{4}\right) + k\pi.$

Ví dụ 15. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (2m+1)x^2 - mx - 4$. Tìm m để:

1. $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt;
2. y' có nghiệm kép;
3. $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$;

Lời giải.

1. $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \vee m > -\frac{1}{4}$.
2. y' có nghiệm kép $\Leftrightarrow b^2 - 3ac = 0 \Leftrightarrow m = -1 \vee m = -\frac{1}{4}$.
3. $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow b^2 - 3ac \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq -\frac{1}{4}$;

Ví dụ 16. Cho hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 10$. Xác định m để $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Lời giải. $y' = 4mx^3 + 2(m^2 - 9)x$. Để $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt thì $ab < 0 \Leftrightarrow m < -3 \vee 0 < m < 3$.

Ví dụ 17. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}mx^3 + (m-1)x^2 - mx + 3$. Xác định m để $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$.

Lời giải. $y' = -mx^2 + 2(m-1)x - m$. Để phương trình có hai nghiệm thì $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ b^2 - 4ac > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$ $\begin{cases} m \neq 0 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}$. Sử dụng định lý Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m} \\ x_1x_2 = \frac{-m}{-m} = 1 \end{cases}$.

Thay vào $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 = 3 \Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{5} - 4$.

So sánh điều kiện ta có $m = \pm 2\sqrt{5} - 4$.

Ví dụ 18. Cho hàm số $y = x^3 + 2(m-1)x^2 + (m^2 - 4m + 1)x - 2(m^2 + 1)$, m là tham số. Tìm m để phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2).$$

Đáp án: $m = 1 \vee m = 5$.

Ví dụ 19. Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (2a+1)x - 3a - 3$. Tìm a để:

a) $f'(x) = 0$ có nghiệm.

b) $f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ví dụ 20. a) Tính đạo hàm hàm số: $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 3x^2 + 2017$.

b) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + x - 2m^2 - 1$, m là tham số. Tìm m để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Đáp án a) $f'(x) = x^3 - 6x$ b) $-3 \leq m \leq -1$

Câu 82. Với hàm số $y = -3x^3 + 25$ có $y' = 0$ thì x nhận giá trị nào sau đây:

Ⓐ $x = \pm\frac{5}{3}$. Ⓑ $x = \pm\frac{3}{5}$. Ⓒ $x = 0$. Ⓓ $x \in \varnothing$.

Câu 83. Với hàm số $y = 4x - \sqrt{x}$ có $y' = 0$ thì x nhận giá trị nào sau đây:

(A) $x = -\frac{1}{64}$. (B) $x = \sqrt{\frac{1}{8}}$. (C) $x = \frac{1}{64}$. (D) $x \in \varnothing$.

Câu 84. Cho hàm số $y = -2\sqrt{x} + 3x$. Để $y' > 0$ thì x nhận các giá trị nào sau đây:

(A) $(-\infty; +\infty)$. (B) $\left(-\infty; \frac{1}{9}\right)$. (C) $\left(\frac{1}{9}; +\infty\right)$. (D) $\left(0; \frac{1}{9}\right)$.

Câu 85. Cho hàm số $y = 3x^3 + x^2 + 1$. Để $y' \leq 0$ thì x nhận các giá trị nào sau đây:

(A) $\left[-\frac{2}{9}; 0\right]$. (B) $\left[-\frac{9}{2}; 0\right]$. (C) $\left(-\infty; -\frac{2}{9}\right] \cup [0; +\infty)$. (D) $\left(-\frac{2}{9}; 0\right)$.

Câu 86. Cho hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 1}$. Để $y' \leq 0$ thì x nhận các giá trị nào sau đây:

(A) $(-\infty; 0]$. (B) $x \in \varnothing$. (C) $[0; +\infty)$. (D) 0.

Câu 87. Cho hàm số $y = \frac{3}{1-x}$. Để $y' < 0$ thì x nhận các giá trị nào sau đây:

(A) 1. (B) $x \in \varnothing$. (C) 3. (D) Mọi x thuộc tập $\mathbb{R}$.

Câu 88. Cho hàm số $y = (2x^2 + 1)^3$. Để $y' \geq 0$ thì x nhận các giá trị nào sau đây:

(A) $(-\infty; 0]$. (B) $x \in \varnothing$. (C) $[0; +\infty)$. (D) $\mathbb{R}$.

Câu 89. Cho hàm số $y = -4x^3 + 4x$. Để $y' > 0$ thì x nhận các giá trị nào sau đây:

(A) $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$. (B) $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

(C) $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$. (D) $\left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

Câu 90. Với hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 5$ có $y' = 0$ thì x nhận giá trị nào sau đây:

(A) $x \in \varnothing$. (B) $x = 0$ hoặc $x = 1$. (C) $x = -1$ hoặc $x = \frac{5}{2}$. (D) $x = -1$ hoặc $x = -\frac{5}{2}$.

Câu 91. Với $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ thì $f'(2)$ là kết quả nào sau đây:

(A) Không tồn tại. (B) $f'(2) = \frac{2}{\sqrt{3}}$. (C) $f'(2) = \frac{-2}{\sqrt{3}}$. (D) $f'(2) = \frac{-2}{\sqrt{-3}}$.

Câu 92. Cho hai hàm số $f(x) = x^2 + 5$ và $g(x) = 9x - \frac{3}{2}x^2$. Giá trị của x là bao nhiêu để $f'(x) = g'(x)$

(A) $\frac{9}{5}$. (B) -4. (C) 4. (D) $\frac{5}{9}$.

Câu 93. Cho hàm số $f(x) = mx - \frac{1}{3}x^3$. Với giá trị nào của m thì $x = -1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 2$?

(A) $m > 3$. (B) $m < 3$. (C) $m = 3$. (D) $m < 1$.

Câu 94. Cho hàm số $f(x) = 2mx - mx^3$. Với giá trị nào của m thì $x = 1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x) \geq 1$?

(A) $m \leq -1$. (B) $m \geq -1$. (C) $-1 \leq m \leq 1$. (D) $m \geq 1$.

Câu 95. Tìm m để mỗi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 - 2mx + 2017$ đều là đồ thị của hàm số bậc nhất đồng biến.

(A) $-6 \leq m \leq 0$. (B) $-24 < m < 0$. (C) $-\dfrac{3}{2} < m < 0$. (D) $-6 < m < 0$.

Câu 96. Hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - mx^2 - 6mx - 9m + 12$ có đồ thị $(\mathscr{C}_m)$. Khi tham số m thay đổi, các đồ thị $(\mathscr{C}_m)$ đều tiếp xúc với một đường thẳng (d) cố định. Tìm phương trình đường thẳng (d).

(A) $y = -9x + 9$. (B) $y = 9x + 9$. (C) $y = 9x + 15$. (D) $y = -9x + 15$.

Câu 97. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + mx - 3$. Tìm m để $f'(x)$ bằng bình phương của nhị thức bậc nhất.

(A) $m = \dfrac{4}{3}$. (B) $m = \dfrac{4}{9}$. (C) $m = 4$. (D) $m = -4$.

Câu 98. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{mx^3}{3} - \dfrac{mx^2}{2} + (3 - m)x - 2$. Tập các giá trị của m để $f'(x) > 0$, $\forall x$

(A) $(-\infty; 0)$. (B) $\left[0; \dfrac{12}{5}\right)$. (C) $\left(0; \dfrac{12}{5}\right)$. (D) $\left(-\infty; \dfrac{12}{5}\right)$.

Câu 99. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là

(A) $(-1; 1)$. (B) $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$. (C) $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$. (D) $\mathbb{R}$.

Câu 100. Cho hàm số $y = f(x) = x^3$. Giải phương trình $f'(x) = 3$

(A) $x = 1; x = -1$. (B) $x = 1$. (C) $x = -1$. (D) $x = 3$.

Câu 101. Cho hàm số $y = f(x) = mx^3 + x^2 + x - 5$. Tìm m để $f'(x) = 0$ có hai nghiệm trái dấu

(A) $m = 0$. (B) $m < 1$. (C) $m < 0$. (D) $m > 0$.

Câu 102. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$. Tập nghiệm bất phương trình $f'(x) \leqslant f(x)$ là:

(A) $x < 0$.
(B) $x \geqslant \dfrac{3 + \sqrt{5}}{2}$.
(C) $x > 0$ hoặc $x \leqslant \dfrac{3 + \sqrt{5}}{2}$.
(D) $x < 0$ hoặc $x \geqslant \dfrac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

Câu 103. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$. Giải bất phương trình: $y' \leq 0$.

(A) $x \in (0; 2)$. (B) $x \in [0; 2]$. (C) $x \in (-\infty; 0)$. (D) $x \in (2; +\infty)$.

Câu 104. Cho hàm số $f(x) = 2x^4 - 2x^2 + 2017$. Tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là:

(A) $\left\{-\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}\right\}$. (B) $\{0\}$. (C) $\left\{-\dfrac{\sqrt{2}}{2}; 0; \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right\}$. (D) $\emptyset$.

Câu 105. Cho hàm số $y = -2x^3 + x^2 + 5x - 7$. Giải bất phương trình: $2y' + 6 > 0$.

(A) $-1 < x < \dfrac{4}{3}$. (B) $x < -1$ hay $x > \dfrac{4}{3}$. (C) $-1 < x < 0$. (D) $0 < x < 1$.

Câu 106. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 3$. Giải bất phương trình $f'(x) \geq 0$.

(A) $x \leq \dfrac{1}{3}$ hay $x \geq 1$. (B) $\dfrac{1}{3} \leq x \leq 1$. (C) $0 \leq x \leq 1$. (D) $1 \leq x \leq 2$.

Câu 107. Cho hàm số $f(x)=x^3-2x^2+x+3$. Tập hợp những giá trị của x để $f'(x)=0$ là

(A) $\left\{1;\frac{1}{3}\right\}$. (B) $\left(-\frac{1}{3};1\right)$. (C) $\left[\frac{1}{3};1\right]$. (D) $\left\{1;-\frac{4}{3}\right\}$.

Câu 108. Cho hàm số $f(x)=\frac{x^3}{3}-x^2$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)\le 3$ là:

(A) $(-1;3)$. (B) $[-1;3]$. (C) $(-3;1)$. (D) $(-3;-1)$.

Câu 109. Cho hai hàm số $f(x)=x^2-3x+5$ và $g(x)=\frac{2}{x-2}$. Bất phương trình: $f'(x)\ge g(x)$ có tập nghiệm là:

(A) $\frac{7-\sqrt{17}}{4}\le x<2$ hay $x\ge\frac{7+\sqrt{17}}{4}$.
(B) $\frac{7-\sqrt{17}}{4}\le x\le 2$.
(C) $\frac{7-\sqrt{17}}{4}\le x<2$ hay $x>\frac{7+\sqrt{17}}{4}$.
(D) $\frac{7-\sqrt{17}}{4}\le x\le\frac{7+\sqrt{17}}{4}$.

Câu 110. Cho hàm số $f(x)=m\cos x+2\sin x-3x$. Tập các giá trị của m để $f'(x)=0$ có nghiệm là

(A) $(0;\sqrt{5})$.
(B) $[-\sqrt{5};\sqrt{5}]$.
(C) $(-\infty;-\sqrt{5})\cup(\sqrt{5};+\infty)$.
(D) $\left(-\infty;-\sqrt{5}\right]\cup\left[\sqrt{5};+\infty\right)$.

Câu 111. Với giá trị nào của m thì hàm số $y=x^3-(m-1)x^2+3x-3$ luôn đồng biến trên tập xác định

(A) $m\in(-\infty;-2)\cup(4;+\infty)$.
(B) $m\in(-\infty;-2]\cup[4;+\infty)$.
(C) $m\in(-2;4)$.
(D) $m\in[-2;4]$.

Câu 112. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm các điểm M trên đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ hai điểm $A(2;4)$ và $B(-4;-2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là bằng nhau.

(A) $M(0;1)$. (B) $\left[\begin{array}{l}M\left(1;\frac{3}{2}\right)\\ M\left(2;\frac{5}{3}\right)\end{array}\right.$. (C) $M\left(1;\frac{3}{2}\right)$. (D) $\left[\begin{array}{l}M(0;1)\\ M(-2;3)\\ M\left(1;\frac{3}{2}\right)\end{array}\right.$.

Câu 113. Cho hàm số $f(x)=\frac{2x+m-1}{x+m}$, (m là tham số). Nếu $f'(x)>0,\forall x\ne -m$ thì ta có

(A) $m>-1$. (B) $m<1$. (C) $m>1$. (D) $m<-1$.

Câu 114. Cho hàm số $f(x)=\frac{mx^3}{3}-\frac{mx^2}{2}+(3-m)x-2$. Tìm m để $f'(x)>0$ với mọi x.

(A) $0<m<\frac{12}{5}$. (B) $m<0$. (C) $m<\frac{12}{5}$. (D) $0\le m<\frac{12}{5}$.

§1.5 Đáp án

1 D	**6** A	**11** B	**16** C	**21** C	**26** A	**31** B	**36** D	**41** D	**46** C
2 B	**7** C	**12** D	**17** C	**22** D	**27** A	**32** A	**37** B	**42** C	**47** A
3 C	**8** D	**13** D	**18** A	**23** A	**28** A	**33** D	**38** B	**43** A	**48** C
4 D	**9** B	**14** C	**19** B	**24** B	**29** A	**34** B	**39** B	**44** D	**49** C
5 A	**10** C	**15** B	**20** A	**25** B	**30** D	**35** C	**40** A	**45** B	**50** B

51 C	**58** A	**65** A	**72** C	**79** C	**86** A	**93** B	**100** A	**107** A
52 D	**59** B	**66** D	**73** D	**80** D	**87** B	**94** A	**101** C	**108** B
53 C	**60** B	**67** B	**74** C	**81** D	**88** C	**95** D	**102** D	**109** A
54 A	**61** B	**68** A	**75** C	**82** C	**89** B	**96** C	**103** B	**110** D
55 D	**62** A	**69** A	**76** A	**83** C	**90** B	**97** A	**104** C	**111** D
56 D	**63** A	**70** D	**77** A	**84** C	**91** A	**98** B	**105** A	**112** D
57 D	**64** A	**71** D	**78** A	**85** A	**92** A	**99** C	**106** A	**113** A
								114 A

§1.6 Lời giải chi tiết

Câu 1. Ta có $y' = 3x^2 - 1$ và $y'(1) = 2$ nên tiếp tuyến là $y = 2(x-1)+1 \Leftrightarrow y = 2x-1$.

Câu 2. Ta có $y'(0) = 3$ nên phương trình tiếp tuyến là $y = 3(x-0) - 1$.

Câu 3. Ta có $f'(1) = \frac{1}{3}$ và $f(1) = 0$. Do đó PTTT là $y = \frac{1}{3}(x-1)$.

Câu 5. Ta có $f'(0)4$ và $f(0) = -3$. Do đó PTTT là $y = 4x-3$.

Câu 6. Ta có $f'(1) = 1$ và $f(1) = 2$. Do đó PTTT là $y = x+1$.

Câu 7. Ta có $f'(-1) = -1$ và $f(-1) = -2$. Do đó PTTT là $y = -x-3$.

Câu 8. Ta có $k = f'(-1) = \frac{1}{9}$.

Câu 9. Ta có $y_0 = -1 \Leftrightarrow -x_0^2 + 5 = -1 \Leftrightarrow x_0 = \pm\sqrt{6}$. Vì $x_0 < 0$ nên $x_0 = -\sqrt{6}$. PTTT là $y = 2\sqrt{6}(x+\sqrt{6}) - 1$

Câu 12. Ta có $y_0 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x_0 = -4$. Viết PTTT ta được $y = -\frac{1}{9}x - \frac{1}{9}$

Câu 29. Giao của đồ thị với trục Oy nên $x_0 = 0$. Viết PTTT ta được $y = 2$.

Câu 30. Giao điểm với trục tung tại $x_0 = 0$ nên $k = f'(0) = 2$.

Câu 31. Giao điểm với trục tung nên $x_0 = 0$. Viết PTTT ta được $y = -x-1$.

Câu 33. Hoành độ giao điểm với trục hoành là nghiệm của $f(x) = 0 \Leftrightarrow x_0 = 1$. Viết PTTT ta được $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$.

Câu 34. Tại giao điểm với trục tung suy ra $x_0 = 0$. Viết PTTT ta có $y = \frac{1}{2}(x+4)$.

Câu 35. Hoành độ giao điểm là nghiệm phương trình $f(x)=0 \Leftrightarrow x_0=2$. Viết PTTT ta được $y=-2x+4$.

Câu 36. Ta có $d: y=5x+5$ suy ra $k_b=5$. Do TT song song với d nên suy ra $k=5 \Leftrightarrow f'(x_0)=5 \Leftrightarrow x_0 = -1 \vee x_0=\frac{5}{3}$. Viết PTTT ta thu được $y=5x-\frac{121}{27}$ và $y=5x+5$. Loại $y=5x+5$ vì trùng với d.

Câu 37. Do TT vuông góc với d nên $k.k_d=-1 \Leftrightarrow k=8$. Suy ra $f'(x_0)=8 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=5$. Viết PTTT ta được $y=8x-\frac{97}{3}$ hoặc $y=8x+\frac{11}{3}$.

Câu 38. Do TT song song với d nên $k=3 \Leftrightarrow f'(x_0)=3 \Leftrightarrow x=0 \vee x=4$. Viết PTTT ta được $y=3x+1$ hoặc $y=3x-\frac{29}{3}$.

Câu 39. TT song song với trục hoành có nghĩa là $k=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=\pm 1$. Viết PTTT ta được $y=0$ và $y=-1$.

Câu 40. Ta có $k=2 \Leftrightarrow f'(x_0)=2 \Leftrightarrow x_0=-3 \vee x_0=1$. Viết PTTT ta có $y=2x+28$ và $y=2x-4$.

Câu 41. Ta có $k=-4 \Leftrightarrow f'(x_0)=-4 \Leftrightarrow x_0=3$. Viết PTTT ta được $y=-4x+8$.

Câu 42. Do TT vuông với Δ nên $k.k_\Delta=-1 \Leftrightarrow k=4$. Giải $f'(x_0)=4$ ta thu được $x_0=\pm 1$. Viết PTTT ta được $y=4x-1$ và $y=4x+7$.

Câu 43. HSG là $k=\frac{-1}{k_d}=-3$.

Câu 44. Ta có $k=-2 \Leftrightarrow f'(x_0)=-2 \Leftrightarrow x_0=0 \vee x_0=2$. Viết PTTT ta được $y=-2x-1$ và $y=-2x+7$. Loại $y=-2x+7$ do trùng với d.

Câu 45. Do TT vuông góc với d nên $k=\frac{1}{2}$. Giải $f'(x_0)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=-1$. Viết PTTT ta được $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$.

Câu 46. Tiếp tuyến song song với trục hoành suy ra $k=0 \Leftrightarrow x_0=0$.

Câu 47. Từ $d: y=-\frac{1}{6}x-\frac{1999}{6}$. Do đó $k=-\frac{1}{k_d}=6$. Suy ra $f'(x_0)=6 \Leftrightarrow x=1$. Viết PTTT thu được $y=6x-9$.

Câu 51. Ta có hệ số góc tại M là $3a^2-6a=3(a-1)^2-3 \geq -3$. Dấu "=" xảy ra khi chỉ khi $a=1$. Tìm ra $b=-1$. Vậy $a+b=0$.

Câu 57. Giải phương trình $y_A=f'(x)(x_A-x)+f(x)$ ta thu được $x=2$.

Câu 58. Giải phương trình $y_A=f'(x)(x_A-x)+f(x)$ ta thu được $x=-2 \vee x=\frac{\pm\sqrt{33}+7}{4}$.

Câu 59. Giải phương trình $y_A=f'(x)(x_A-x)+f(x)$ ta thu được $x=-\frac{1}{2} \vee x=1$.

Câu 62. Phương trình hoành độ giao điểm là $f(x)=g(x) \Leftrightarrow x=1$. PTTT của $f(x)$ tại $x=1$ là $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}x+\sqrt{2}$.
PTTT của $g(x)$ tại $x=1$ là $y=\sqrt{2}x-\frac{\sqrt{2}}{2}$. Vì hệ số góc nhân lại bằng -1 nên góc giữa hai TT 90^0.

Câu 63. Điều kiện tiếp xúc là $\begin{cases} 4x^3 - 3x = mx - 1 \\ 12x^2 - 3 = m \end{cases}$ $\Rightarrow 4x^3 - 3x = (12x^2 - 3)x - 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow m = 0$.

Câu 64. Ta có $f'(x) = x^3 - 3mx - 4x$. Khi đó $f'(1) = -3m - 3 = 6 \Leftrightarrow m = -3$.

Câu 65. Ta có $v(t) = s'(t) = dt$. Tại $t = 5$ thì $v(5) = 49$.

Câu 66. Ta có $v(t) = 2t^3 - 3t$. SUy ra $v(4) = 116$.

Câu 67. Ta có $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t + 4$ và $a(t) = v'(t) = 6t - 6$. Khi đó $a(2) = 6$.

Câu 68. Ta có $v(t) = 3t^3 + 6t - 9$. Vân tốc triệt tiêu khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$. Tính $a(-1) = 0$.

Câu 69. Ta có $v(t) = t^2 - 4t + 7 = (t-2)^2 + 3 \geq 3$. Vậy vận tốc nhỏ nhất là $3m/s$ tại $t = 2s$.

Câu 72. Ta có $v(t) = \dfrac{1}{10}(3t^2 - 6t + 3)$. CHuyển động dừng lại khi vận tốc triệt tiêu nên $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Ý A đúng. $v(2) = \dfrac{10}{3}m/s = 1.08km/h$. Ý B đúng. $v(3) = \dfrac{6}{5}m/s = 4.32km/h$. Ý C sai.

Câu 73. Ta có $v(t) = 9t^2 - 6t + 2$. Thời điểm vận tốc triệt tiêu là nghiệm của $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{3}$. Khi đó $v\left(\dfrac{1}{3}\right) = 1$.

Câu 82. Ta có: $y' = -9x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 83. Ta có: $y' = 4 - \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \dfrac{1}{8} \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{64}$.

Câu 84. Ta có: $y' = \dfrac{-1}{\sqrt{x}} + 3 > 0 \Leftrightarrow 3 > \dfrac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x > \dfrac{1}{9}$.

Câu 85. Ta có: $y' = 9x^2 + 2x \leq 0 \Leftrightarrow -\dfrac{2}{9} \leq x \leq 0$.

Câu 86. Ta có: $y' = \dfrac{4x}{\sqrt{4x^2+1}} \leq 0 \Leftrightarrow 4x \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$.

Câu 87. Ta có: $y' = \dfrac{3}{(1-x)^2} \Rightarrow y' > 0, \forall x \neq 1$ Do đó, không có giá trị nào của x để $y' < 0$.

Câu 88. Ta có: $y' = 12x(2x^2+1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$.

Câu 89. Ta có: $y' = -12x^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{\sqrt{3}} < x < \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 90. Ta có: $y' = 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 0 \end{array}\right.$

Câu 91. Vì $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ có TXĐ: $[-1;1]$ mà $x = 2 \notin [-1;1]$ nên $f'(2)$ không tồn tại .

Câu 92. Ta có: $f'(x) = 2x$ và $g'(x) = 9 - 3x$. Do đó, $f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow 2x = 9 - 3x \Leftrightarrow x = \dfrac{9}{5}$.

Câu 93. Ta có: $f'(x) = m - x^2$
$x = -1$ là một nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 2 \Rightarrow m - (-1)^2 < 2 \Leftrightarrow m < 3$.

Câu 94. Ta có: $f'(x) = 2m - 3mx^2$
$x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình $f'(x) \geq 1 \Rightarrow 2m - 3m \geq 1 \Leftrightarrow m \leq -1$.

Câu 95. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' > 0,\ \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -6 < m < 0$.

Câu 97. $f'(x)$ là bình phương của nhị thức bậc nhất có nghĩa là $f'(x) = 0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow b^2 - 3ac = 0 \Leftrightarrow m = \frac{4}{3}$.

Câu 98. Ta xét hai trường hợp:

1. Khi $m = 0$ thì $f(x) = 3x - 2$ có $f'(x) = 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

2. Khi $m \neq 0$. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{12}{5}$.

Câu 101. Yêu cầu bài toán tương đương $ac < 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Câu 110. Điều kiện có nghiệm của phương trình là $m^2 + 2^2 \geq 3^2 \Leftrightarrow m^2 \geq 5 \Leftrightarrow m \leq \sqrt{5} \vee m \geq \sqrt{5}$.

Câu 111. Để $f(x)$ luôn đồng biến trên tập xác định thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 4$

Câu 112. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Ta có hai trường hợp.

1. $AB \parallel TT \Leftrightarrow k = 1$ vì PT $AB : y = x + 2$.

2. Trung điểm $I(-1, 1)$ thuộc tiếp tuyến. Nghĩa là tiếp tuyến qua điểm I.

Câu 113. Ta có $f'(x) = \frac{m+1}{(x+m)^2}$. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m > -1$.